Дисперсионен анализ

Лекция 9

Analysis of Variance

Елементи на експерименталния дизайн

- •Зависима променлива - непрекъсната (Response or dependant variable)
- •Фактори или независими променливи – обикновено категорийни променливи (Factors or independent variables)
- • Групи/нива на факторите (Factor Levels)

2

Видове изучавания

Експеримент и просто наблюдение (Designed vs. Observational Experiment)

•При експеримента ние определяме кои обекти към кои групи се отнасят преди наблюдението

•При простото наблюдение ние само наблюдаваме резултатите от естествен процес

•Някои изследвания са смес от двата типа

3

Елементи на експерименталния дизайн

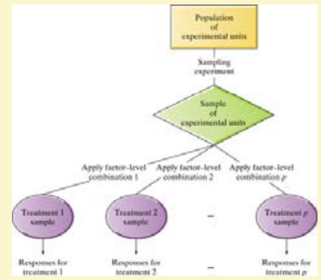
Един фактор

Генерална съвкупност

Извадка

Независима променлива

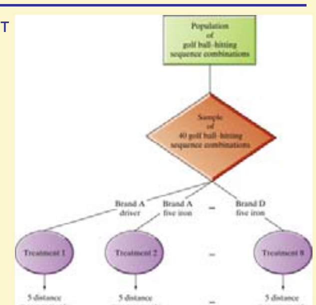
Зависима променлива



4

Елементи на двуфакторния дизайн

Двуфакторен експеримент



5

Напълно рандомизиран дизайн

Извадките на експерименталните единици за всяка група са чисто случайни и независими извадки.

Дисперсионният анализ (ANOVA) сравнява груповите средни:

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots \mu_k$

H_a : Поне една от средните е различна от другите.

6

Дисперсионен Анализ (ANOVA)

Междугрупова дисперсия (SST)

Измерва отклонението на груповите средни от общата средна

$$SST = \sum_{i=1}^{k} n_i \left(\bar{x}_i - \bar{x}\right)^2$$

Където

$n_i =$ брой наблюдания в група i

$\bar{x}_i =$ средна в група i

$\bar{x} =$ обща средна

7

Дисперсионен анализ

Вътрешногрупова дисперсия (SSE)

Измерва вариацията вътре в групите

Изчислява се като

$$SSE = \sum_{j=1}^{n_1} \left(x_{1j} - \bar{x}_1\right)^2 + \sum_{j=1}^{n_2} \left(x_{2j} - \bar{x}_2\right)^2 + \ldots + \sum_{j=1}^{n_k} \left(x_{kj} - \bar{x}_k\right)^2$$

8

Дисперсионен анализ

Средна междугрупова грешка (MST)

$$MST = \frac{SST}{k-1}$$

(k-1) са степени на свобода;
k=брой групи

Средна вътрешногрупова грешка (MSE)

$$MSE = \frac{SSE}{n-k}$$

(n-k) са степени на свобода;

9

Роналд Фишер

R. A. Fisher

Sir Ronald Aylmer Fisher (1890-1962)

10

Критерий

F-Критерий

$$F_{em} = \frac{MST}{MSE},$$ с две степени на свобода:

$$df\,(k-1, n-k)$$

Сравняваме емпиричния с теоретичния критерий. Ако F_{em}>F отхвърляме Но.

11

Изисквания

1. Независими, чисто случайни извадки
2. Генералните съвкупности са приблизително нормално разпределени
3. Хомоскедастицитет: дисперсиите в генералните съвкупности са равни
 (обратно на хетероскедастицитет)

12

Сумарна таблица

Типична таблица от статистическа програма.

ANOVA Summary Table for a Completely Randomized Design

Source	*df*	*SS*	*MS*	*F*
Treatments	$k-1$	*SST*	$MST = \frac{SST}{k-1}$	$\frac{MST}{MSE}$
Error	$n-k$	*SSE*	$MSE = \frac{SSE}{n-k}$	
Total	$n-1$	$SS(Total)$		

13

Примерна таблица от Gretl

Gretl: Model/Other Linear Models/ANOVA

```
gretl: ANOVA
Analysis of Variance, response = Test1, treatment = Female:

                 Sum of squares    df    Mean square

  Treatment            904.763      1        904.763
  Residual             4125.44     47        87.7753
  Total                 5030.2     48        104.796

  F(1, 47) = 904.763 / 87.7753 = 10.3077 [p-value 0.0024]

  Level        n        mean     std. dev

  0           15           6       6.9076
  1           34     15.3235       10.236

  Grand mean = 12.4694
```

14

Анализ на резултатите

Данни: Резултатите от Тест 1 на Въведение в статистиката, 2010 г.

Зависима променлива (response): Брой точки от общо 30 възможни.

Фактор/независима променлива (treatment/factor): пол на студентите Female=1 Male=0

15

Дисперсионен анализ

- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$
- $H_a : \mu_1 \neq \mu_2$

- F=10.3
- Ново: вместо да се сравнява с таблична стойност се използува т.нар. равнище “p” (p-value) което се дава наготово от всяка статистическа програма

16

Равнище p (p-value)

- Дефиниция: най-ниското равнище на което можем да отхвърлим нулевата хипотеза.
- В примера p=0.0024
- Това означава че можем да отхвърлим нулевата хипотеза с риск за грешка от I род =0.0024

17

“p” и “α”

- Ако желаем да представим резултатите със стандартните риск за грешка от първи род трябва да сравним “p” и “α”
- В примера, ако искаме равнище на значимост 5%
- 0.0024 < 0.05 ➔ Да, можем да отхвърлим Ho при 5% риск за грешка

18