

Проверка на хипотези При една извадка

Лекция 7

Tests of Hypothesis Inferences Based on a Single Sample:

Елементи

1. Нулева хипотеза (H_0) – хипотеза за липса на разлика, за нулева стойност и т.н.
2. Алтернативна хипотеза (H_a) – хипотеза която допълва нулевата.
3. Критерий за проверка – специфичен критерий за проверката, който зависи от това как са дефинирани нулевата и алтернативната хипотези

4

Елементи (етапи) при проверката на хипотези

7 етапа

1. Нулева хипотеза
2. Алтернативна хипотеза
3. Критерий за проверка
4. Зона за отхвърляне на нулевата хипотеза
5. Предположения/изисквания
6. Изчислена и таблична стойност на критерия
7. Заключение

2

Елементи

4. Зона на отхвърляне на нулевата хипотеза – минимизира грешката от I род (α)
5. Предположения/изисквания – отнасят се за генералната съвкупност
6. Изчислена и таблична стойност на критерия
7. Заключение – най-общо, ако изчисления критерий е по-голям от табличния: отхвърляме нулевата хипотеза. В противен случай не можем да отхвърлим нулевата хипотеза.

5

Видове грешки

Грешка от I и II род (Type I vs Type II Error)

Тест на хипотези		
Резултат	В действителност	
	H_0 е вярна	H_a е вярна
Не можем да отхвърлим H_0	Правилно решение	Грешка от II род (β)
Отхвърляме H_0	Грешка от I род (α)	Правилно решение

3

Критерий за тест на хипотези за средна при големи извадки

$$\text{Критерий } Z = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

Където \bar{X} е оценката от извадката
 μ - тестваната стойност на средната в генералната съвкупност
 s - стандартно отклонение в извадката
 n - обем на извадката

За удобство Z се взима по абсолютна стойност

6

Пример 1

Въпрос: Дали водопроводните тръби на един производител отговарят на техническите изисквания, според които тръбата трябва да издържа налагане по-голямо от 2400 атмосфери.

Направена е извадка от 50 тръби, като средната от извадката е 2460 и разсейването $s=200$.

7

Стойности на Z

α	z	α	z
Едностранна		Двустранна	
0.05	1.645	0.10	1.645
0.025	1.96	0.05	1.96
0.01	2.33		
0.005	2.575	0.01	2.575

10

Пример 1- продължение

Нулева хипотеза – зададена по един от следните 3 начина:

$$H_0: \mu = 2400$$

$$H_0: \mu \leq 2400 \text{ за примера това е най-подходящо}$$

$$H_0: \mu \geq 2400$$

8

Пример 1- Решение

$$H_0: \mu \leq 2400$$

$$H_a: \mu > 2400$$

Избираме $\alpha = 0.05$ (5% грешка от I род)

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{2460 - 2400}{200 / \sqrt{50}} = 2.12$$

$$Z_{\alpha=0.05 \text{ Едностранна}} = 1.645$$

Сравняваме Z и $Z_{\alpha/2}$: $2.12 > 1.645$

Заклучение: Отхвърляме H_0 .

Извод: Тръбите отговарят на изискванията.

11

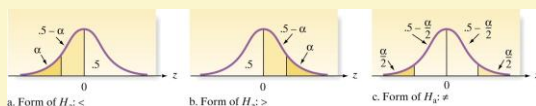
Пример 1- продължение

Алтернативната хипотеза може да бъде в една от следните 3 форми:

a) Едностранна, лява $H_a: \mu < 2400$

b) Едностранна, дясна $H_a: \mu > 2400$ най-подходящо за примера

c) Двустранна $H_a: \mu \neq 2400$



9

Пример 2

Дадено: $n=100$, $\bar{x} = 11.85$, $s = 0.5$, и ние искаме да тестваме $\mu \neq 12$ с 99% доверителна вероятност:

$$H_0: \mu = 12$$

$$H_a: \mu \neq 12$$

$$\text{Критерий } z = \frac{11.85 - 12}{0.5 / \sqrt{100}} = -0.3 \quad Z_{\alpha/2} = 2.575$$

$0.3 < 2.575 \rightarrow$ Не можем да отхвърлим H_0

12

Тест на хипотези за относителен дял при големи извадки

Тест на хипотези за p

Едностраниен тест

$$H_0: p = p_0$$

$$H_a: p < p_0 \quad (\text{или } H_a: p > p_0)$$

$$\text{Критерий: } z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$$

Извадката трябва да е голяма, т.е. $np \geq 5$ и $nq \geq 5$

Двустраниен тест

$$H_0: p = p_0$$

$$H_a: p \neq p_0$$

Пример 4 (самостоятелно)

Дадено: извадка с $n=800$, относителен дял=0.6

Да се тества хипотезата, че относителния дял в генералната съвкупност > 0.7 при 1% риск за грешка от I род.

Проверка за голяма извадка:

$$np=800*0.6=480 \geq 5 \quad \text{и} \quad nq=800*0.4=320 \geq 5$$

+

16

Пример 3

Дадено: извадка с $n=800$, относителен дял=0.6

Да се тества хипотезата, че относителния дял в генералната съвкупност = 0.5 при 5% риск за грешка от I род.

Проверка за голяма извадка:

$$np=800*0.6=480 \geq 5 \quad \text{и} \quad nq=800*0.4=320 \geq 5$$

14

Пример 3 - решение

$$H_0: p = 0.5$$

$$H_a: p \neq 0.5$$

Избираме $\alpha = 0.05$ (5% грешка от I род)

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sigma_{\hat{p}}} = \frac{0.6 - 0.5}{\sqrt{\frac{0.5 * 0.5}{800}}} = 5.65$$

$$Z_{\alpha/2=0.05/2=0.025} \text{ Двустранна} = 1.96$$

Сравняваме Z и $Z_{\alpha/2}$: $5.65 > 1.96$

Заклучение: Отхвърляме H_0 .

15